本章讨论流体力学中常用的三个方程:质量方程,伯努利方程和能量方程.质量方程是质量守恒原理的表达式.伯努利方程与流体流的动能,势能和流动能的守恒以及它们在净粘性力可以忽略不计和其他限制条件适用的流动区域中相互转化.能量方程是能量守恒原理的陈述.在流体力学中,很方便将机械能与热能分开,将机械能由于摩擦作用而转化为热能的过程视为机械能损失.那么能量方程就变成了机械能平衡.本章首先概述守恒原理和质量关系守恒.然后讨论各种形式的机械能和机械工作装置(如泵和涡轮机)的效率.然后,我们通过将牛顿第二定律应用于沿流线的流体元素来推导出伯努利方程,并演示其在各种应用中的应用.我们继续以适用于流体力学的形式发展能量方程,并引入水头损失的概念.最后,我们将能量方程应用于各种工程系统.

5-1 介绍 2021年7月8日11点30分

您已经熟悉许多守恒定律,例如质量守恒定律,能量守恒定律和动量守恒定律.从历史上看,守恒定律首先应用于称为封闭系统或仅系统的固定数量的物质,然后扩展到称为控制体积的空间区域.守恒关系也称为平衡方程,因为任何守恒量必须在一个过程中平衡.我们现在简要描述质量和能量守恒关系,以及线性动量方程(图5-1).

质量守恒

发生变化的封闭系统的质量守恒关系表示为或,即系统的质量在一个过程中保持不变.对于控制体积(CV),质量平衡以速率形式表示为

其中和分别是流入和流出控制体积的质量流的总速率,并且是控制体积边界内的质量变化率.在流体力学中,为微分控制体积编写的质量守恒关系通常称为连续性方程.质量守恒在第5-2节中讨论.

线性动量方程

物体的质量与速度的乘积称为线性动量或简称为物体的动量,质量为m的刚体以速度移动的动量是.牛顿第二定律指出,物体的加速度与作用在其上的合力成正比,与质量成反比,物体动量的变化率等于作用在物体上的合力.因此,只有当作用在系统上的合力为零时,系统的动量才保持恒定,因此该系统的动量守恒.这被称为动量守恒原理.在流体力学中,牛顿第二定律通常称为线性动量方程,在第6章与角动量方程一起讨论.

能量守恒

能量可以通过热或功传入或传出封闭系统,能量守恒原理要求在一个过程中传入或传出系统的净能量等于系统能量含量的变化.控制体积也涉及通过质量流的能量传递,能量守恒原理,也称为能量平衡,表示为

其中和分别为控制体积能量传入和传出的总速率,是控制体积边界内的能量变化率.在流体力学中,我们通常只考虑能量的机械形式.能量守恒在第5-6节中讨论.

**5-2 质量守恒** 2021年7月8日12点02分

质量守恒原理是自然界最基本的原理之一.这个原理大家都很熟悉,不难理解.一个人不必成为火箭科学家就可以计算出将100克油与25克醋混合可以得到多少醋油调味品.甚至化学方程式也是根据质量守恒原理来平衡的.当16kg氧气与2kg氢气反应时,会形成18kg的水(图5-2).在电解过程中,水分离回2千克氢和16千克氧.从技术上讲,质量并不完全守恒.事实证明,根据阿尔伯特·爱因斯坦(1879-1955)提出的著名公式,质量m和能量E可以相互转换:

其中c是真空中的光速,即.这个方程表明质量和能量之间是等价的.所有物理和化学系统都表现出与其周围环境的能量相互作用,但与系统的总质量相比,所涉及的能量相当于极小的质量.例如,在正常大气条件下,由氧和氢形成1 kg液态水时,释放的能量为15.8 MJ,对应的质量仅为.然而,即使在核反应中,相互作用的能量的质量当量仅占所涉及的总质量的很小一部分.因此,在大多数工程分析中,我们将质量和能量都视为守恒量.

对于封闭系统,通过要求系统的质量在一个过程中保持恒定,隐含地使用了质量守恒原理.然而,对于控制体积,质量可以跨越边界,因此我们必须跟踪进入和离开控制体积的质量.

**质量和体积流量**

单位时间内流过横截面的质量量称为**质量流量[mass flow rate]**,用表示.符号上的点用于表示时间变化率.

流体通过管道或管道流入或流出控制体积.流经管道横截面中小面积单元的流体的差分质量流量与本身,流体密度𝜌和流速的分量正比于,我们将其表示为,并表示为(图5-3)

请注意,𝛿和d都用于表示微分量,但𝛿通常用于作为路径函数且具有不精确微分的量(例如热量,功和质量传递),而d用于表示(例如属性)是点函数并且有精确的微分的量.对于通过内半径为和外半径为的环空的流量,例如但是(通过环的总质量流量),而不是.对于指定的和值,的积分值是固定的(因此称为点函数和精确微分),但对于的积分情况并非如此.(因此命名路径函数和不精确差分).

通过管道或导管的整个横截面面积的质量流量通过积分获得:

虽然公式5-5始终有效(实际上它是精确的),但由于积分的原因,它并不总是适用于工程分析.我们想用管道横截面的平均值来表示质量流量.在一般的可压缩流中,𝜌和在整个管道中都不同.然而,在许多实际应用中,密度在管道横截面上基本上是均匀的,我们可以在方程5-5的积分之外取𝜌.然而,由于管壁处的无滑移条件,管道横截面上的速度永远不会均匀.相反,速度从壁处的零变化到管道中心线处或附近的某个最大值.我们将平均速度定义为整个管道横截面上的平均值(图5-4),

其中是垂直于流动方向的横截面面积.请注意,如果整个横截面的速度均为,则质量流量将与通过对实际速度分布图进行积分获得的流量相同.因此，对于不可压缩流，甚至对于可压缩流,其中𝜌近似为跨均匀,方程 5-5 变为

对于可压缩流,我们可以将视为横截面上的体积平均密度,然后方程5-7可以用作合理的近似值.为简单起见,我们去掉平均速度的下标.除非另有说明,表示流动方向上的平均速度.此外,表示垂直于流动方向的横截面积.

单位时间内流过横截面的流体体积称为**体积流量[volume flow rate]**(图 5-5)并由下式给出

方程5-8的早期形式由意大利僧侣Bene detto Castelli(大约1577-1644年)于1628年发表.请注意,许多流体力学教科书使用Q而不是为体积流量.我们用以免与传热混淆.

质量流量和体积流量的关系是,

其中是比容.

**质量守恒原理**

控制体积的**质量守恒原理**可以表示为:在时间区间期间传入或传出控制体积的净质量传递等于期间控制体积内总质量的净变化(增加或减少).也就是,

或

其中是过程中控制体积的质量变化(图5-6).它也可以用比率形式

其中和是进出控制体积的总质量流量,是控制体积边界内的质量变化率.方程5-10和5-11通常被称为**质量平衡**,适用于经历任何类型过程的任何控制体积.

考虑任意形状的控制体积,如图5-7所示.控制体积内微分体积的质量为.在任何时刻t的控制体积内的总质量由积分确定为,

那么控制体积内质量量的时间变化率表示为,

对于没有质量穿过控制面的特殊情况(即控制体积是一个封闭系统),质量守恒原理简化为.无论控制体积是固定的还是移动的,或变形,这个关系式都是有效的.

现在考虑通过固定控制体积控制面上的微分面积流入或流出控制体积的质量流量.设为法向于的外向单位矢量,为处相对于固定坐标系的流速,如图5-7所示.通常,速度可能以偏离法线的角度穿过,并且质量流量正比于速度的法向分量:范围从的最大流出流量为(流量垂直于)到的最小值为零(流与相切,再到最大流入(流动与垂直,但方向相反).利用两个向量的点积概念,速度法向分量的大小为,

通过的质量流量与流体密度𝜌,法向速度和流动面积成正比,表示为,

通过对整个控制面进出控制体积的净流量通过积分得到.在整个控制面上,

请注意对于𝜃 <90°(流出)为正,而对于𝜃> 90°(流入)为负.因此,自动考虑了流动方向,以及公式5-16中的表面积分直接给出净质量流量.的正值表示质量净流出,负值表示质量净流入.

将方程5-11重新排列为,固定控制体积的质量守恒则表示为,

**它指出控制体积内质量的时间变化率加上通过控制面的净质量流量等于零**.

控制体积的质量关系的一般守恒也可以使用雷诺输运定理(RTT)推导出来,将性质B设为质量m(第4章).然后我们有,因为质量除以质量以获得每单位质量的属性给出统一.此外,封闭系统的质量是常数,因此其时间导数为零.即.那么雷诺输运方程立即简化为方程5-17,如图 5-8 所示,从而说明雷诺输运定理确实是一个非常强大的工具.

将方程5-17中的表面积分分成两部分——一部分用于流出流(正),另一部分用于流入流(负)——质量关系的一般守恒也可以表示为,

其中A表示入口或出口的面积,求和符号用于强调所有入口和出口都将被考虑.使用质量流量的定义,公式5-18也可以表示为,

在解决问题时,控制体积的选择具有相当大的灵活性.许多控制体积选项可用,但有些更方便使用.控制体积不应引入任何不必要的麻烦.明智地选择控制体积可以使看似复杂的问题的解决变得相当容易.选择控制体积的一个简单规则是,只要有可能,就使控制面在与流体流动相交的所有位置垂直于流动.这样,点积就变成了速度的大小,积分变成了简单的𝜌VA(图5-9).

**移动或变形控制体积**

方程5-17和5-19也适用于移动控制体积,前提是绝对速度被相对速度代替,相对速度 是相对于控制面的流体速度(第4章).在移动但不变形的控制体积的情况下,相对速度是随着控制体积移动的人观察到的流体速度,表示为，其中是流体速度,是控制表面的速度,两者都相对于一个固定点之外.请注意,这是一个向量减法.

一些实际问题(例如通过柱塞的强制运动通过注射器针头注射药物)涉及变形控制体积.如果流体穿过控制面变形部分的速度是相对于控制面表示的(也就是说,流体速度应该相对于控制面表示),则开发的质量关系守恒仍可用于此类变形控制体积.参考系连接到控制面的变形部分).在这种情况下,控制面上任意点的相对速度再次表示为,其中是控制面在该点相对于控制体积外的固定点的局部速度.

**稳定流过程的质量平衡** 2021年7月8日16点48分

在稳定流动过程中,控制体积内包含的质量总量不随时间变化().那么质量守恒原理要求进入控制体积的质量总量等于离开它的质量总量.例如,对于稳定运行的花园软管喷嘴,单位时间内进入喷嘴的水量等于单位时间内离开喷嘴的水量.

在处理稳定流过程时,我们对随着时间流入或流出设备的质量不感兴趣;相反,我们对单位时间内流动的质量感兴趣,即质量流量.具有多个入口和出口的一般稳定流系统的质量守恒原理以速率形式表示为(图5-10),

它指出进入控制体积的总质量速率等于离开它的总质量速率.

许多工程设备,如喷嘴,扩散器,涡轮机,压缩机和泵都涉及单一流(只有一个入口和一个出口).对于这些情况,我们通常用下标1表示入口状态,用下标2表示出口状态,并去掉求和符号.然后,对于单流稳定流系统,公式 5-20 简化为

**特例:不可压缩流**

当流体不可压缩时,质量关系的守恒可以进一步简化,这通常是液体的情况.从一般稳定流关系的两边抵消密度,得到,

对于单流稳定流系统,方程5-22变为,

应该始终牢记,不存在“体积守恒”原则.因此,进出稳流装置的体积流量可能不同.尽管通过压缩机的空气质量流量是恒定的,但空气压缩机出口处的体积流量远小于入口处的体积流量(图5-11).这是由于压缩机出口处的空气密度较高.然而,对于稳定的液体流动,体积流量几乎保持不变,因为液体基本上是不可压缩的(密度恒定的)物质.通过花园软管喷嘴的水流是后一种情况的一个例子.

质量守恒原理要求在过程中考虑每一位质量.如果您可以平衡您的支票簿(通过跟踪存款和取款,或仅通过遵守“货币守恒”原则),则将质量守恒原理应用于工程系统应该没有困难.